

Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore
OLIMPIJADA ZNANJA 2024

Rešenja zadataka iz fizike za IV razred srednje škole

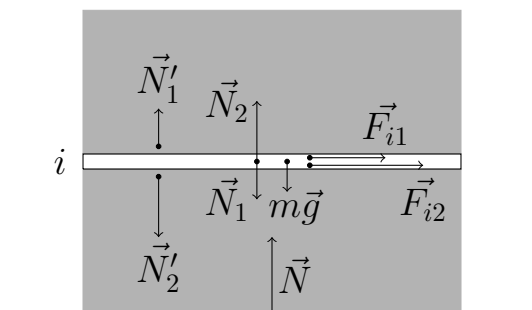
1. a) Posmatrajmo i -tu stranicu po redu (odozgo) knjige B, kao na slici. Na nju će ostale stranice da djeluju silama \vec{N}_1 i \vec{N}_2 . Onda ona djeluje silama \vec{N}'_1 i \vec{N}'_2 istih intenziteta kao \vec{N}_1 i \vec{N}_2 na stranice iznad i ispod.

Za dio sistema iznad izdvojene stranice važi: $m_1g = N'_1$, gdje je m_1 masa tog dijela sistema. U tom dijelu se nalazi $i - 1$ stranica knjige A i isto toliko stranica knjige B, pa je: $m_1 = (i - 1)m + (i - 1)m = 2(i - 1)m$. Intenzitet sile \vec{N}_1 je onda: $N_1 = N'_1 = 2(i - 1)mg$.

Slično, za dio sistema ispod izdvojene stranice važi: $m_2g + N'_2 = N$, gdje je m_2 masa tog dijela sistema, a $N = Mg$ je normalna reakcija podloge. M je ukupna masa svih stranica i iznosi $M = 2nm$, pa je $N = 2nmg$. U ovom dijelu sistema je $n - i$ stranica knjige B i $n - i + 1$ stranica knjige A, pa je njegova masa: $m_2 = (n - i)m + (n - i + 1)m = (2n - 2i + 1)m$. Intenzitet sile \vec{N}_2 onda iznosi: $N_2 = N'_2 = N - m_2g = 2nmg - (2n - 2i + 1)mg = (2i - 1)mg$. (Ovo se može dobiti i iz uslova ravnoteže posmatrane stranice u vertikalnom pravcu: $N_2 = N_1 + mg$.)

Dakle, na posmatranu stranicu djeluju sile trenja $F_{i1} = \mu N_1$ i $F_{i2} = \mu N_2$. Ukupna sila trenja koja na nju djeluje je: $F_i = F_{i1} + F_{i2} = \mu(N_1 + N_2) = (4i - 3)\mu mg$.

b) Intenzitet sile \vec{F} treba da bude veći ili jednak od sume sila trenja koje djeluju na sve stranice knjige B: $F \geq \sum_{i=1}^n (4i - 3)\mu mg = \mu mg(4 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 3n) = \mu mgn(2n - 1)$.

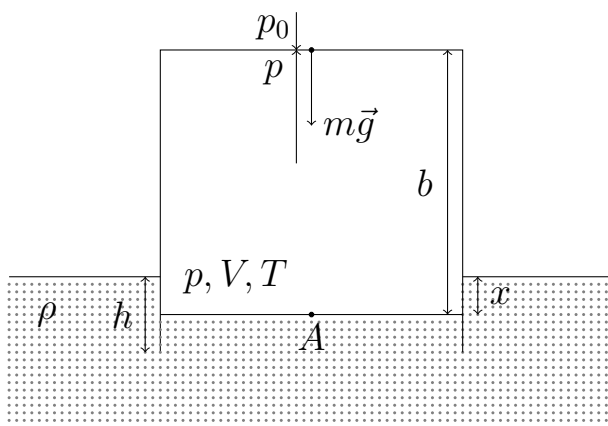
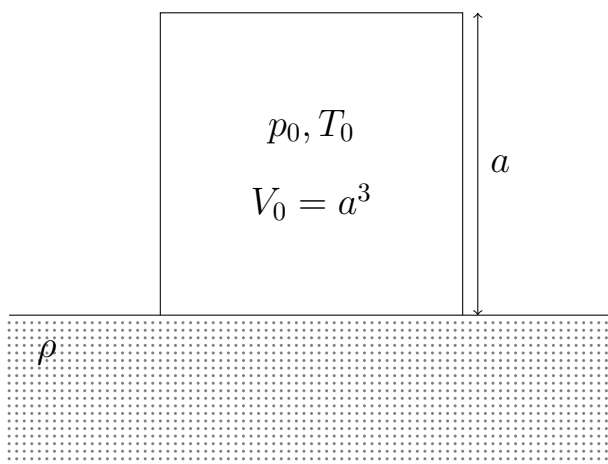


2. Sila Zemljine teže koja djeluje na sud je uravnotežena razlikom u pritiscima vazduha unutar suda i van njega: $mg = (p - p_0)S = (p - p_0)a^2$. Pritisak p u vazduhu je isti kao pritisak u vodi u tački A, a on je veći od atmosferskog, odnosno pritiska na površini vode, za vrijednost hidrostatičkog pritiska na dubini x , pa je: $p - p_0 = \rho gx$. Iz prethodne dvije jednačine imamo: $mg = \rho g x a^2$, pa je odatle: $x = \frac{m}{\rho a^2} = 5\text{cm}$.

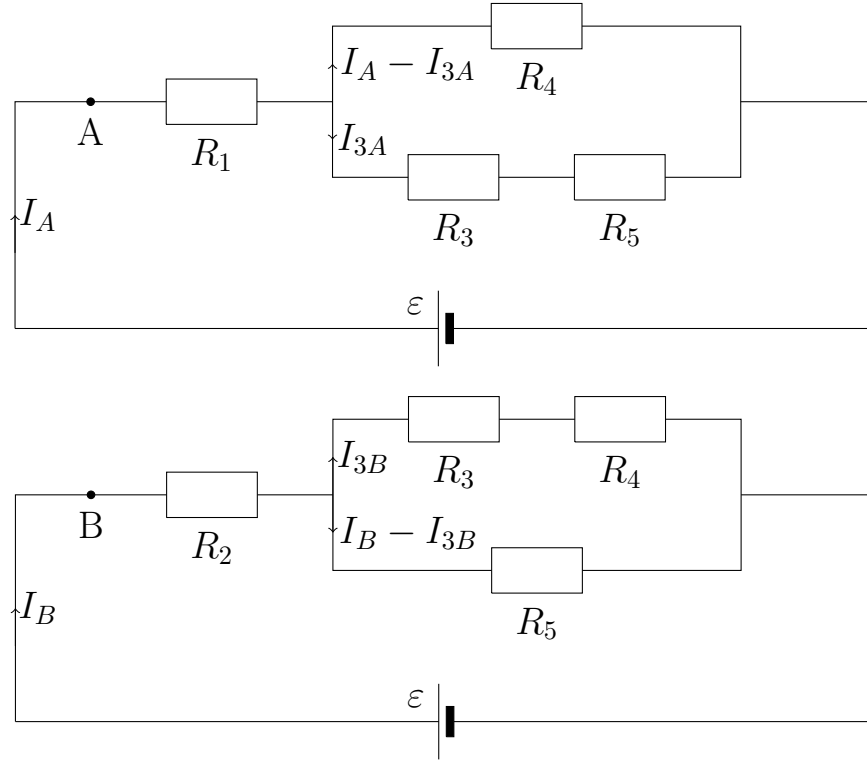
Pošto je proces adijabatski, važi da je: $p_0 V_0^\gamma = p V^\gamma$. Za idealan dvoatomski gas je $\gamma = 1.4$. Dakle: $p_0 (a^3)^\gamma = (p_0 + \rho gx)(a^2 b)^\gamma$. Odavde imamo: $p_0 a^\gamma = (p_0 + \rho gx) b^\gamma$, pa je: $b = a \left(\frac{p_0}{p_0 + \rho gx} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = 19.93\text{cm}$.

Sa slike se vidi da je sud potonuo do dubine: $h = a - b + x = 5.07\text{cm}$.

Jednačine stanja gasa na početku i na kraju procesa su: $p_0 V_0 = n R T_0$ i $p V = n R T$. Odavde je: $\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p V}{T}$, pa je: $T = T_0 \frac{p V}{p_0 V_0} = T_0 \frac{(p_0 + \rho gx) b}{p_0 a}$. Promjena temperature je: $\Delta T = T - T_0 = T_0 \left(\frac{(p_0 + \rho gx) b}{p_0 a} - 1 \right) = 0.39\text{K}$.



3. Na slikama su prikazana strujna kola pri položajima prekidača A i B, kada se zanemari otpornik kroz koji ne teče struja (R_2 za položaj A, R_1 za položaj B).



Za položaj A, ekvivalentni otpor je: $R_{eA} = R_1 + \frac{(R_3+R_5)R_4}{R_3+R_4+R_5} = 3R$. Ukupna struja koja teče kroz kolo je: $I_A = \frac{\varepsilon}{R_{eA}} = \frac{\varepsilon}{3R}$. Neka je I_{3A} struja u grani sa otpornikom R_3 . Tada, po prvom Kirhofovom pravilu, struja u grani sa otpornikom R_4 iznosi $I_A - I_{3A}$. Onda važi: $I_{3A}(R_3 + R_5) = (I_A - I_{3A})R_4$, odakle je: $I_{3A} = I_A \frac{R_4}{R_3+R_4+R_5} = \frac{\varepsilon}{6R}$. Snaga na otporniku R_3 je: $P_A = I_{3A}^2 R_3 = \frac{\varepsilon^2}{36R}$.

Za položaj B, ekvivalentni otpor je: $R_{eB} = R_2 + \frac{(R_3+R_4)R_5}{R_3+R_4+R_5} = \frac{7R}{4}$. Ukupna struja koja teče kroz kolo je: $I_B = \frac{\varepsilon}{R_{eB}} = \frac{4\varepsilon}{7R}$. Za struju I_{3B} važi: $I_{3B}(R_3 + R_4) = (I_B - I_{3B})R_5$, odakle je: $I_{3B} = I_B \frac{R_5}{R_3+R_4+R_5} = \frac{\varepsilon}{7R}$. Snaga na otporniku R_3 je: $P_B = I_{3B}^2 R_3 = \frac{\varepsilon^2}{49R}$.

Odnos snaga pri položajima prekidača A i B je: $\eta = \frac{P_A}{P_B} = \frac{49}{36}$.

4. Pošto se zvuk kreće konačnom brzinom c , slušalac će u trenutku t čuti zvuk emitovan od strane izvora u nekom trenutku $t_1 < t$. Tom zvuku je potrebno vrijeme $t_2 = t - t_1$ da stigne do slušaoca.

Vrijeme t_2 iznosi: $t_2 = \frac{l}{c}$, gdje je l rastojanje između izvora i slušaoca u trenutku t_1 . To rastojanje je jednako: $l = \frac{1}{2}at_1^2$. Dakle, imamo: $t_2 = \frac{at_1^2}{2c}$, odnosno: $t - t_1 = \frac{at_1^2}{2c}$. Dobili smo kvadratnu jednačinu koju možemo pisati u obliku: $\frac{at_1^2}{2c} + t_1 - t = 0$. Rešenja ove jednačine su: $t_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot \frac{a}{2c} \cdot t}}{2 \cdot \frac{a}{2c}}$. Negativna vrijednost t_1 nema fizičkog smisla, pa za rešenje uzimamo znak plus. Sada je: $t_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 + \frac{2at}{c}}}{\frac{a}{c}} = \frac{c}{a}(\sqrt{1 + \frac{2at}{c}} - 1)$.

Brzina izvora u trenutku t_1 je: $v = at_1 = c(\sqrt{1 + \frac{2at}{c}} - 1)$. Na osnovu Doplerovog efekta, slušalac će u trenutku t čuti zvuk frekvencije: $f' = f \frac{c}{c+v} = f \frac{c}{c(1 + \sqrt{1 + \frac{2at}{c}} - 1)} = \frac{f}{\sqrt{1 + \frac{2at}{c}}} = 793.5 Hz$.